1. Mouvement rectiligne uniforme

$a = 0$
v = constante
$x = v.t + x_0$ (x_0 : position initiale)
$x_2 - x_1 = v.(t_2 - t_1)$
position x (m) - vitesse v ($m.s^{-1}$) - accélération a ($m.s^{-2}$) - temps t (s)

2. Mouvement rectiligne uniformément varié

a = constante
$v = a.t + v_0$
$x = \frac{1}{2}a.t^2 + v_0.t + x_0$ (x_0 : position initiale et v_0 : vitesse initiale)
$v_2^2 - v_1^2 = 2a.(x_2 - x_1)$ et $v_2 - v_1 = a.(t_2 - t_1)$

mouvement accéléré : $\vec{a}$ et $\vec{v}$ sont de même sens

mouvement retardé : $\vec{a}$ et $\vec{v}$ sont de sens contraire

3. Mouvement circulaire uniforme

période T (s) - fréquence f (Hz) : $f = \frac{1}{T}$

vitesse angulaire ω ($rad.s^{-1}$) : $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi.f$

$\ddot{\alpha} = 0$, accélération angulaire
ω (ou $\dot{\alpha}$) = constante
$\alpha = \omega.t + \alpha_0$ (α : abscisse angulaire, rad ; α_0 : abscisse angulaire initiale)
$\alpha_2 - \alpha_1 = \omega.(t_2 - t_1)$

abscisse curviligne : $s = \alpha.R$
vitesse linéaire v ($m.s^{-1}$) : $v = \omega.R$ (constante)

accélération centripète a ($m.s^{-2}$) : $a = \frac{v^2}{R} = \omega^2.R$ (constante)

4. Mouvement circulaire uniformément varié

$\ddot{\alpha}$ = constante
$\dot{\alpha} = \ddot{\alpha}.t + \dot{\alpha}_0$
$\alpha = \frac{1}{2}\ddot{\alpha}.t^2 + \dot{\alpha}_0.t + \alpha_0$ (α_0 : abscisse angulaire initiale et $\dot{\alpha}_0$: vitesse angulaire initiale)
$\dot{\alpha}_2^2 - \dot{\alpha}_1^2 = 2\ddot{\alpha}.(\alpha_2 - \alpha_1)$ et $\dot{\alpha}_2 - \dot{\alpha}_1 = \ddot{\alpha}.(t_2 - t_1)$

$s = \alpha.R$
$v = \dot{\alpha}.R = \omega.R$

accélération normale : $a_N = \omega^2.R = \frac{v^2}{R}$ et accélération tangentielle : $a_T = \ddot{\alpha}.R$

5. Relations fondamentales de la dynamique

Pour un solide en translation

Dans un référentiel galiléen, la somme des forces extérieures appliquées à un solide ponctuel est égale au produit de la masse du solide par l'accélération de son centre d'inertie.

$$\sum \vec{F}_{extérieures} = m.\vec{a}_G$$

2 Pour un solide en rotation autour d'un axe fixe Δ

Dans un référentiel galiléen, la somme algébrique des moments des forces extérieures par rapport à l'axe de rotation Δ est égale au produit du moment d'inertie du solide par son accélération angulaire $\ddot{\alpha}$.

$$\sum M_{\vec{F}_{extérieures}/\Delta} = J_\Delta.\ddot{\alpha}$$

3 Unités :m (kg) - a ($m.s^{-2}$) - F (N) - M (N.m) - J ($kg.m^2$) - $\ddot{\alpha} = \frac{d^2\alpha}{dt^2}$ ($rad.s^{-2}$)

6. Théorème de l'énergie cinétique

Dans un référentiel galiléen, la **variation** de l'**énergie cinétique** entre l'état final et l'état initial, est égale à la somme des travaux des forces et des travaux des couples extérieurs au système.

(théorème utilisé, surtout, pour calculer les vitesses)

$$\Delta E_C = E_{C_{t_2}} - E_{C_{t_1}} = \sum W^{\vec{F}}_{t_1 \to t_2} + \sum W_C$$

•pour la translation $E_c = \frac{1}{2} m.v^2$ $E_p = m.g.h$

$E_m = E_c + E_p$

Energie mécanique = Energie cinétique + Energie potentielle de pesanteur

•pour la rotation $E_c = \frac{1}{2} J.\omega^2$

7. Travail W – Puissance P

•pour la translation $W^{\vec{F}}_{A \to B} = \vec{F}.\overrightarrow{AB}$

$P_{moyenne} = \frac{W^{\vec{F}}_{A \to B}}{\Delta t}$ et $P_{ins\tan\tan ée} = \vec{F}.\vec{v} = F.v.\cos\alpha$

•pour la rotation $W_\alpha^{\vec{F}_{extérieure}} = M_{\vec{F}/\Delta}.\alpha$

$P_{moyenne} = \frac{W}{\Delta t}$ et $P_{ins\tan\tan ée} = M.\omega$

•pour un couple $W_C = M_C.\alpha$

Unités :v ($m.s^{-1}$) - ω ($rad.s^{-1}$) - AB (m) - α (rad) - t (s) - E , W (J) - P (W) - M (N.m)

8. Principe de l'action et de la réaction

Lorsqu'un corps (1) exerce sur un corps (2) une action mécanique $\vec{F}_{1\to2}$, le corps (2) exerce sur le corps (1) une action mécanique $\vec{F}_{2\to1}$.
Ces deux forces sont **opposées**.

$$\vec{F}_{2\to1} = -\vec{F}_{1\to2}$$

9. Mouvements harmoniques

9₁- mouvement rectiligne sinusoïdal

x = x_m.cos (ω.t- φ)
(x : élongation, x_m : amplitude, ω : pulsation, φ : phase à l'origine)
v = - ω.x_m.sin (ω.t- φ)
(v : vitesse)
a = - ω^2.x
(a : accélération)

Equation différentielle : $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2.x = 0$ $\quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi.f$

9₂- mouvement circulaire sinusoïdal

$\alpha = \alpha_m.\cos(\omega_0.t - \varphi)$
(α : abscisse angulaire, α_m : amplitude, ω_0 : pulsation)
$\dot{\alpha} = \omega = -\omega_0.\alpha_m.\sin(\omega_0.t - \varphi)$
(ω : vitesse angulaire)
$\ddot{\alpha} = -\omega_0^2.\alpha_m.\cos(\omega_0.t - \varphi) = -\omega_0^2.\alpha$
($\ddot{\alpha}$: accélération angulaire)

Equation différentielle : $\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \omega_0^2.\alpha = 0$ $\quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = 2\pi.f_0$

$x = \alpha.R$
(x : élongation linéaire)
$v = \dot{\alpha}.R$ = ω.R
(v : vitesse linéaire)
$a_N = \omega_0^2.R = \frac{v^2}{R}$ et $a_T = -\ddot{\alpha}.R$
(a_N, a_T : accélérations normale et tangentielle)

Equation différentielle : $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2.x = 0$

9₃- Energies…

$$\Delta E_C = E_{C_{t_2}} - E_{C_{t_1}} = \sum W_{t_1\to t_2}^{\vec{F}} + \sum W_C$$

•pour la translation : $\mathbf{E_m}$ = E_c + E_p

$E_c = \frac{1}{2}m.v^2$ $\quad E_p = \frac{1}{2}k.x^2$

$$m\frac{d^2x}{dt^2}+k.x=0 \quad \omega_0=\sqrt{\frac{k}{m}}$$

(k : constante de raideur du ressort, N.m^{-1})

•pour la rotation : $\mathbf{E_m} = E_c + E_p$

$$E_c=\frac{1}{2}J.\omega^2 \quad E_p=\frac{1}{2}C.\alpha^2$$

$$J\frac{d^2\alpha}{dt^2}+C.\alpha=0 \quad \omega_0=\sqrt{\frac{C}{J}}$$

(C : constante de torsion du solide autour de l'axe de rotation, N.m.rad^{-1})

•pour un pendule de longueur ℓ...

a)..simple : $\frac{d^2\alpha}{dt^2}+\frac{g}{\ell}.\alpha=0$ (α : faible amplitude)

$$\omega_0=\sqrt{\frac{g}{\ell}} \text{ et } (E_m=\frac{1}{2}m.v^2+m.g.h)$$

b)..pesant $\frac{d^2\alpha}{dt^2}+\frac{m.g.\ell}{J}.\alpha=0$ (α : faible amplitude)

$$\omega_0=\sqrt{\frac{m.g.\ell}{J}} \text{ et } (E_m=\frac{1}{2}J.\omega^2+m.g.h)$$