ARCHIMEDE ET PASCAL

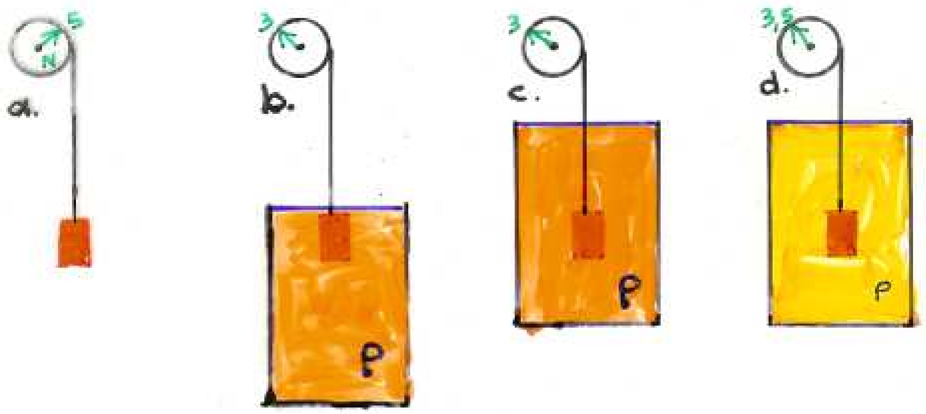
Blaise Pascal (1623-1662), philosophe et physicien.
Il a fait réaliser au sommet du Puy de dôme (1464 m)
l'expérience de Torricelli, il obtint moins de 760 mm de mercure.

Archimède (né avant 287 avant J.C à Syracuse), mécanicien mathématicien et physicien.
La légende raconte qu'après avoir trouvé l'explication de la poussée portant son nom, dans sa baignoire, il sortit courir dans la ville tout nu en criant « eurêka » (*j'ai trouvé en grec*).

Théorème d'Archimède

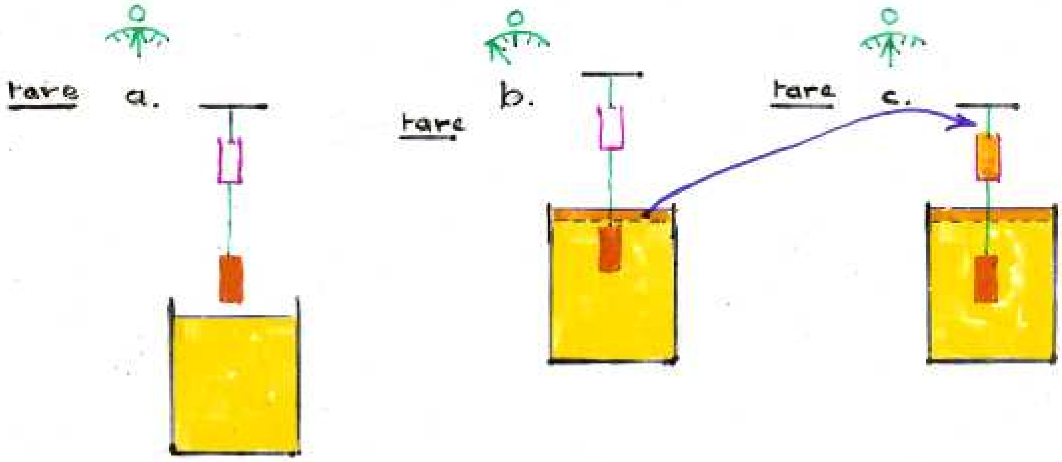
1. Observations et commentaires

1)



a- Le corps (cylindrique) a un poids P (5 N) dans l'air*.
b- Immergé dans le liquide, il a un poids apparent P_a (3 N), il subit une poussée Π (2 N).
c- Ce poids apparent ne dépend pas de la profondeur d'immersion.
d- Le poids apparent dépend du liquide (3,5 N ; $\rho < \rho$; Π = 1,5 N).

2)



a- Le cylindre plein et le cylindre vide ont le même volume V.
b- Entièrement immergé dans un liquide, l'équilibre de la balance est rompu.
c- Pour rétablir l'équilibre il suffit de remplir le cylindre creux d'une quantité d'eau dont le volume V correspond au même volume d'eau déplacé par le cylindre plein, et dont la masse est m = ρ.V, ρ étant la masse volumique du liquide, Π = m.g représente son poids.

1 et 2) *Un solide immergé dans un liquide subit une poussée vers le haut qui s'oppose à son poids.*
Cette poussée représente la résultante de toutes les forces pressantes exercées par le liquide.
Son intensité (2c) *correspond au poids du liquide déplacé pendant l'immersion totale.*

2. Théorème

Tout corps solide complètement immergé dans un fluide en équilibre, subit de la part de ce fluide une poussée opposée au poids du fluide déplacé.

$$\boxed{\Pi_a = \rho.V.g}$$

Π_a : poussée d'Archimède (N)
ρ : masse volumique du fluide ($kg.m^{-3}$)
V : volume de fluide déplacé par le corps (m^3)
g : accélération de la pesanteur ($m.s^{-2}$)

Caractéristiques de la force $\vec{\Pi_a}$

- appliquée au centre de poussée C
(centre de gravité du volume liquide déplacé)
- direction verticale
- sens, vers le haut
- intensité Π_a

*La poussée d'Archimède exercée par l'air ambiant est faible (ρ_{air} = 1,293 $kg.m^{-3}$).
Elle sera négligée quand la masse volumique des corps sur lesquels elle s'exerce, est environ 100 fois plus grande que celle de l'air.

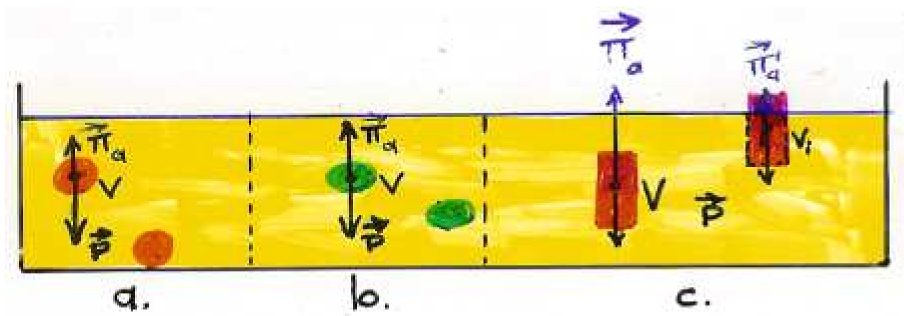
•Exercice 1 :
Un cube de longueur d'arête ℓ suspendu à un fil, est entièrement immergé dans un liquide de masse volumique ρ en équilibre dans le champ de pesanteur.
1) Exprimer littéralement la résultante des forces pressantes s'exerçant sur l'ensemble du cube.
2) Comparer cette expression à l'intensité de la poussée d'Archimède.
3) Calculer l'intensité commune à ces deux forces pour ce cube, immergé dans l'eau, d'arête ℓ = 10 cm
(le cube est en cuivre : ρ = 8960 $kg.m^{-3}$)

3. Poids apparent

z

$$\vec{P_a} \qquad \vec{P_a} = \sum \vec{F_{extérieures}} = \vec{P} + \vec{\Pi_a}$$

projection sur l'axe z : -P + Π_q = $\sum F_{ext}$



a- $\sum F_{ext} < 0$, le corps coule, P > Π_a

b- $\sum F_{ext} = 0$ le corps est en équilibre, P = Π_a

c- $\sum F_{ext} > 0$, le corps remonte à la surface en diminuant son volume immergé, jusqu'à flotter, P < Π_a

Exercice 2 :
Un solide homogène de masse volumique ρ et de volume V est immergé dans un liquide de masse volumique ρ'.

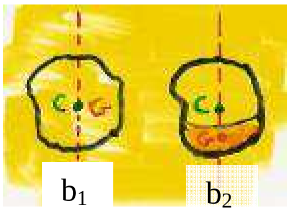
1) Exprimer littéralement les normes du poids et de la poussée d'Archimède s'exerçant sur ce solide.
2) Quelle relation doit exister entre ces deux masses volumiques pour chaque situation suivante :
   a- Le solide coule.
   b- Le solide est en équilibre dans le liquide.
   c- Le solide remonte à la surface, puis flotte, ou continue son mouvement dans l'air.

4. Points d'application

a- mise en évidence

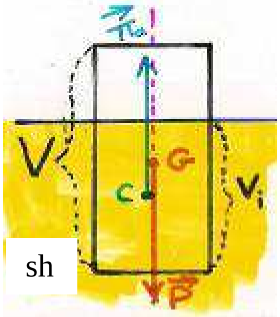
- **centre de gravité du corps** : point d'application du poids, G.
- **centre de poussée** : point d'application de la poussée d'Archimède, C, centre de gravité du fluide déplacé.

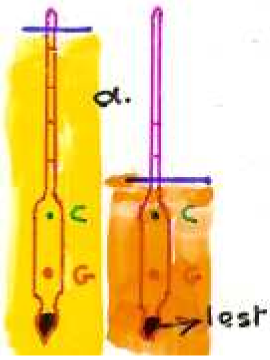
b- exemples

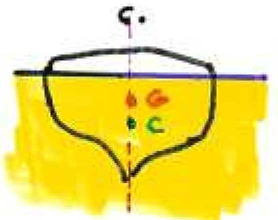


b_1 solide homogène : le point d'application C de la poussée d'Archimède est confondu avec celui du poids G.
b_2 solide hétérogène : les points d'application C et G sont différents.

b_3 corps flottant (sh, a, b, c) : C et G sont différents.







sh- solide homogène
a- densimètres
b- aérostat, montgolfière, ballon sonde...
c- bateau, bouée iceberg...

(Pour les solides immergés dans un liquide, on néglige la poussée d'Archimède dans l'air)

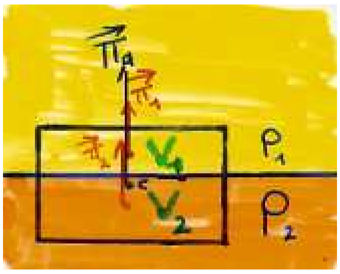
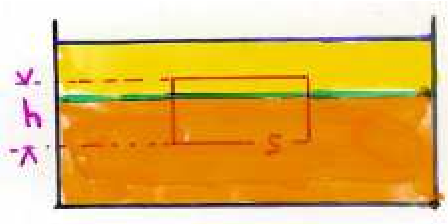
Exercice 3 :
Un solide de volume V et de masse volumique ρ flotte sur un liquide de masse volumique ρ'.

1) Sachant que le volume immergé de ce solide est V' établir la relation entre ces quatre grandeurs.

2) Pour un iceberg de densité d = 1, flottant sur l'eau de mer de densité d' = 1,08, calculer le rapport du volume de glace émergeant avec le volume total de l'iceberg.

5. Immersion dans deux liquides non miscibles

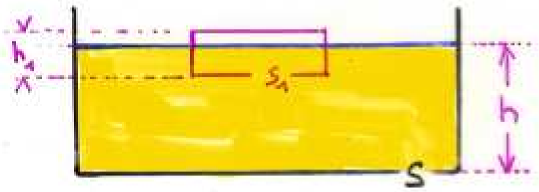
$$\vec{\Pi}_a = \vec{\Pi}_1 + \vec{\Pi}_2$$
$$\Pi_a = \Pi_1 + \Pi_2$$

•Exercice 4 :

Deux liquides de densités $d_1 = 0,7$ et $d_2 = 1$ sont non miscibles.
Un solide de densité $d = 0,8$ est en équilibre au sein de ces deux liquides.
Sachant que la poussée d'Archimède qui s'exerce sur le solide est la somme des poussées exercées par chacun des deux liquides sur la portion de solide correspondante immergée, calculer e_1 et e_2 les hauteurs d'immersion du solide dans chaque liquide, h = 10 cm étant la hauteur de ce solide.

••Exercice 5 :



Un solide homogène parallélépipédique de surface de base $S_1 = 100$ cm^2 et de hauteur $h_1 = 10$cm a une masse volumique $\rho_1 = 0,8$ g.cm^{-3}.
1) Ce solide est plongé dans l'eau (masse volumique ρ) d'un récipient.
a- En comparant les masses volumiques ρ et ρ_1 montrer que ce solide va flotter.
b- Etablir la relation exprimant la hauteur e du solide qui émerge au-dessus de l'eau : e = $h_1.\left(1-\frac{\rho_1}{\rho}\right)$
2) Dans le récipient de surface de base S = 500 cm^2 l'eau atteint une hauteur h = 40cm.
On ajoute dans le récipient un volume d'alcool $V_2 = 10,8$ L de densité $d_2 = 0,8$.
L'alcool est miscible à l'eau.
a- Calculer la masse volumique du mélange.
b- Calculer la nouvelle hauteur d'émergence du solide...après avoir vérifié que ce solide ne coule pas.
3) Le solide flotte de nouveau sur l'eau.
a- Pour immerger davantage le solide dans l'eau...que faut-il faire ?
Supposons que le solide est alors relié à un fil fixé au fond du récipient.
Quelle tension s'exerce sur le fil si le solide est :
b- Au 9/10 immergé ?
c- Totalement immergé...dans ce cas la profondeur d'immersion est-elle importante ?

Exercice 6 : Poids apparent dans l'air (ρ = 1,293 g.L^{-1}).
1) Calculer le poids réel d'un ballon placé dans l'air, sachant que la masse et le volume de ce ballon sont m = 50 g et V = 100 cm^3, ainsi que la poussée d'Archimède qu'il subit.
En déduire son poids apparent.
2) Quel pourcentage d'erreur commet-on en confondant poids réel et poids apparent ?

Exercice 7 :

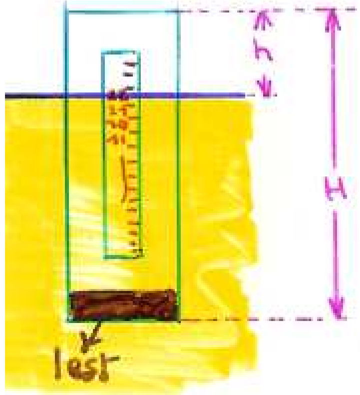
Un morceau de bois (ρ = 900 kg.m^{-3} de volume 500 dm^3 flotte sur l'eau.
En négligeant la poussée d'Archimède dans l'air, calculer le volume de bois émergé.

Exercice 8 :

Pour repérer la température de l'eau d'une piscine, on utilise un thermomètre flottant sur l'eau.

Il est de forme cylindre, de section $S = 4\ cm^2$ de hauteur $H = 40\ cm$ et de masse $m = 120\ g$.

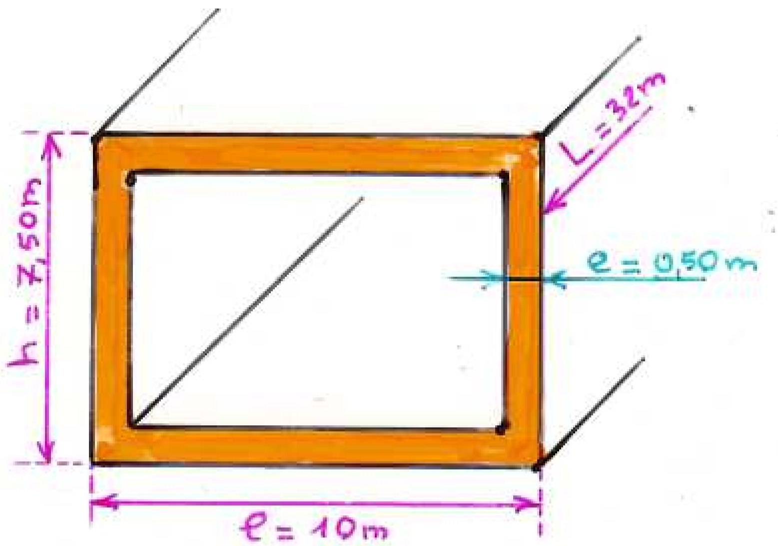
Exprimer littéralement, puis calculer sa hauteur d'émersion h.



•Exercice 9 :

La liaison routière entre deux rives d'un fleuve nécessite la construction d'un tunnel sous-fluvial constitué de caissons en béton ($\rho = 2500\ kg.m^{-3}$) construits sur terre, transportés et immergés dans le fleuve.

Chaque caisson a une section rectangulaire d'épaisseur constante e = 0,50 m.



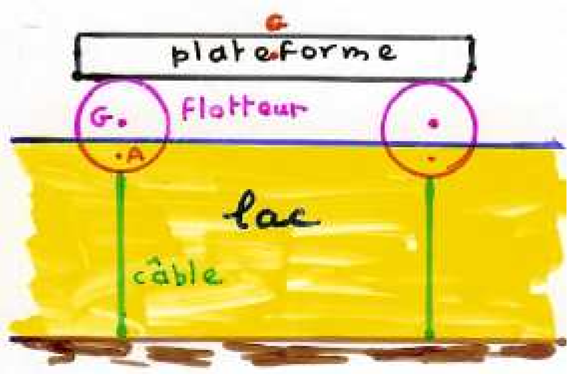
1) Calculer la mase d'un caisson.
2) On obture les deux extrémités d'un caisson par des cloisons provisoires de masse m = 90 tonnes chacune.
   a- Justifier que le caisson peut flotter.
   b- Calculer alors la hauteur qui émerge.

•Exercice 10 :

Une citerne à fioul de volume $V = 2{,}03\ m^3$ est fixée par quatre points d'ancrage sur un socle de béton.
La cuve est susceptible d'être totalement immergée dans l'eau d'une nappe phréatique.
Calculer :
1) L'intensité de la poussée d'Archimède qu'exerce l'eau sur la cuve.
2) Le poids de la cuve sachant que sa masse (à vide) est égale à 150 kg et qu'elle est à moitié remplie de fioul ($\rho = 840\ kg.m^{-3}$).
3) L'intensité de l'effort supporté par chaque point d'ancrage.

•Exercice 11 :

Une plateforme homogène en bois, équipée de quatre flotteurs sphériques, doit accueillir un groupe de musiciens.



Les flotteurs sont tous identiques et attachés au fond du lac par l'intermédiaire de câbles en kevlar dont la longueur est ajustable.
Le rôle des câbles est d'empêcher la dérive de la plateforme.
Lorsque la plateforme, de masse m = 700 kg repose seule sur les flotteurs, ces derniers sont immergés au tiers de leur volume.
On suppose la masse des flotteurs, de rayon R = 0,5 m, négligeable devant la masse de la plateforme.

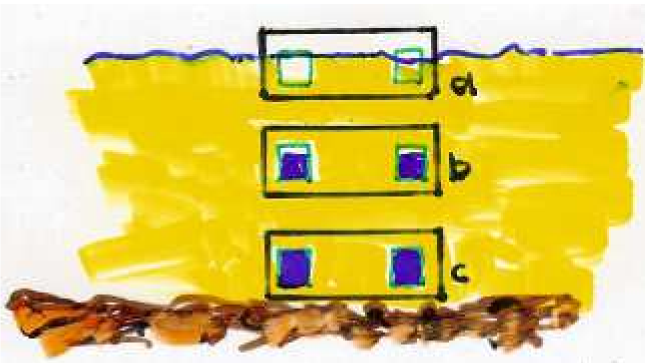
1) Reproduire le schéma et tracer les vecteurs-forces $\vec{P}$ et $\vec{\Pi}$, respectivement poids de la plateforme et poussée d'Archimède sur chaque flotteur. Donner les caractéristiques (*point d'application, direction et sens)* de ces vecteurs.
2) Ecrire l'équation vectorielle qui traduit l'équilibre de la plateforme.
3) Calculer le poids de la plateforme.

La masse moyenne d'un musicien et de son instrument est m' = 80 kg.
Les flotteurs étant alors totalement immergés :

4) a- Déterminer la nouvelle poussée d'Archimède sur la plateforme.
   b- En déduire le nombre de musiciens que peut supporter la plateforme.
5) La plateforme pourrait-elle supporter plus ou moins de musiciens si l'eau était salée ?
   Justifier la réponse.

••Exercice 12 :

Un sous marin possède des réservoirs, appelés ballasts, dans lesquels il peut embarquer de l'eau de mer pour l'alourdir.($d_{\text{eau de mer}}$ = 1,03)



a- Il flotte
   volume immergé $V_i = 4100\ m^3$
b- Il reste en équilibre
   ballasts au ¾ plein
c- Il coule
   ballasts pleins, poids P = 1720 kN

Calculer :
1) La masse M du sous marin quand les ballasts sont vides.
2) La masse maximale m d'eau de mer que les ballasts peuvent contenir.

••Exercice 13 :

Une cloche à plongeur cylindrique a une section S = 4 m^2 et une hauteur h = 2,5 m.
Elle contient de l'air à la pression atmosphérique (10^5 Pa) et est hermétiquement close.
On supposera que la température est constante.

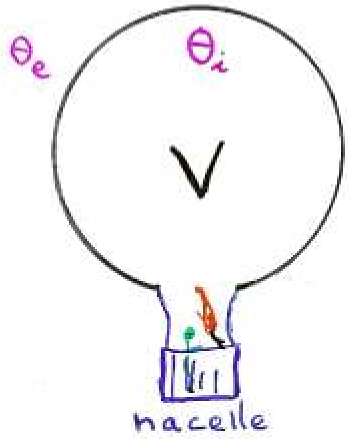
Cette cloche est descendue à une profondeur $z = 5$ m dans l'eau de mer (densité $d = 1,03$).
(z est mesurée au niveau de la partie inférieur de la cloche)

1) Sachant que la cloche a une masse de 14 t (masse de l'air négligeable), calculer la tension du cable qui soutient la cloche.
2) La partie inférieure de la cloche est munie d'un panneau de fermeture de section $s = 1\ m^2$.
Quelle est l'intensité de la force qui pousse ce panneau vers le haut ?

Exercice 14 :

La montgolfière est prête à partir.
Elle a un volume constant $V = 2000\ m^3$.
(le volume de la nacelle est négligeable devant celui du ballon)
Les températures extérieure θ_e et intérieure θ_i sont respectivement 17,0°C et 35,0°C, la température intérieure étant maintenue constante grâce à un brûleur.
La pression à l'intérieur est égale à la pression atmosphérique extérieure (communication).
La masse volumique ρ de l'air est donnée par la relation

$$\rho = \rho_0 . \frac{P}{P_0} . \frac{T_0}{T}$$



$\rho_0 = 1,29\ kg.m^{-3}$; $P_0 = 1013$ hPa et $T_0 = 273$ K (0°C), étant la masse volumique, la pression atmosphérique et la température absolue de référence.
Calculer :

1) Les masses volumiques de l'air à 17°C et à 35°C.
2) L'intensité du poids F_p de l'air enfermé dans le ballon.
3) L'intensité de la poussée d'Archimède s'exerçant sur le ballon.
4) La masse maximale M_m (enveloppe du ballon, nacelle, équipement et passagers éventuels) qui pourra être soulevée quand on supprime les liens avec le sol.

••Exercice 15 :

Un récipient cylindrique de section $S = 400\ cm^2$ contient de l'eau sur une hauteur $H = 30$ cm.

a) Calculer l'intensité de la force pressante due à l'eau sur le fond du récipient.

On immerge totalement un cylindre solide…plus dense que l'eau…de section $s = 100\ cm^2$ de hauteur $h = 10$ cm, suspendu à une potence.

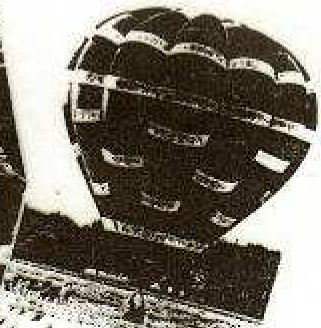
b) Calculer la nouvelle force pressante.
c) Quelle incertitude relative commet-on en confondant ces deux forces ?

Extraits BTS

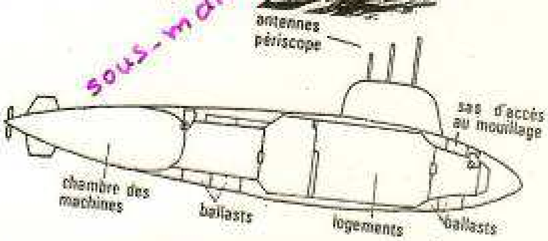
Mécanique des fluides : b 1997 1)3)4) – b 1999 4) – b 2001 – scbh 1995 – scbh 2001 1)2)3)

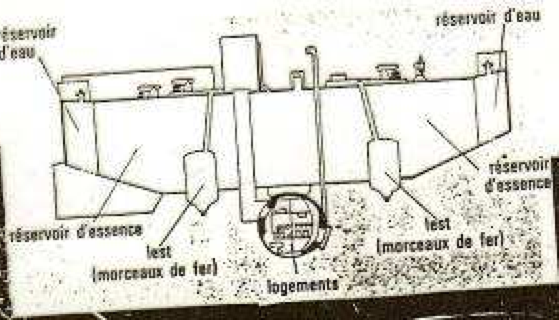
6. Documents


ballon
libre



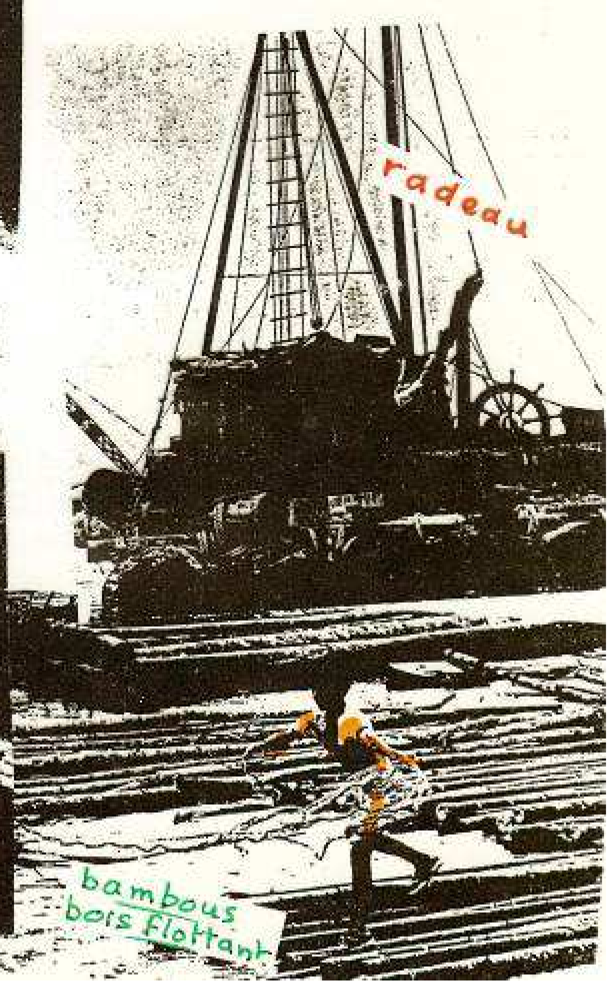

sous-marin

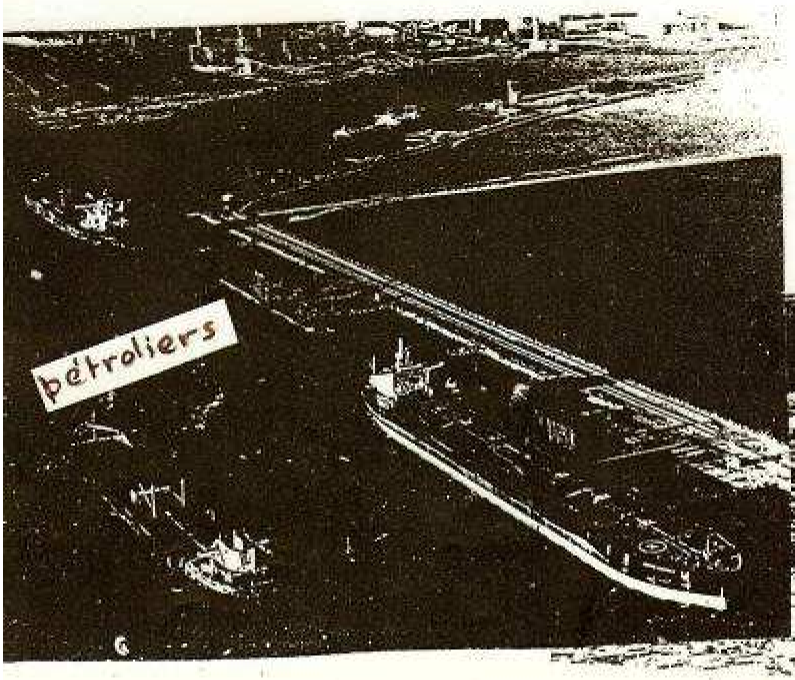

antennes
périscope
sas d'accès au mouillage
chambre des machines
ballasts
logements
ballasts


réservoir d'eau
réservoir d'eau
réservoir d'essence
réservoir d'essence
lest (morceaux de fer)
lest (morceaux de fer)
logements


bathiscaphe


iceberg

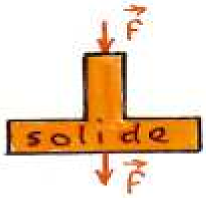

radeau
bambous
bois flottant


pétroliers

Théorème de Pascal

1. Les solides ne transmettent pas les pressions…

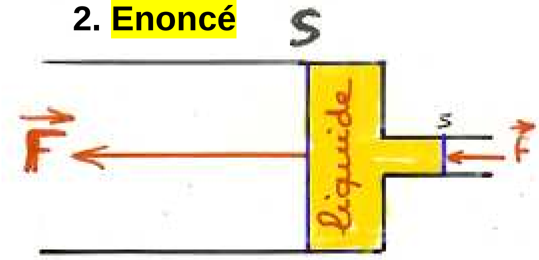
Exercice 16 : Un homme de masse m = 80 kg, se déplace dans la neige.
Calculer la pression au niveau du sol quand l'homme est équipé...
1)...de chaussures, chacune ayant une surface $S_1 = 300\ cm^2$.
2)...de raquettes, chacune ayant une surface $S_2 = 1000\ cm^2$.
3) Quelle conclusion peut-on faire ?



Les solides transmettent les forces pas les pressions.

…**les liquides, OUI**.

2. Enoncé



Les liquides transmettent intégralement les variations de pressions auxquels ils sont soumis, pas les forces

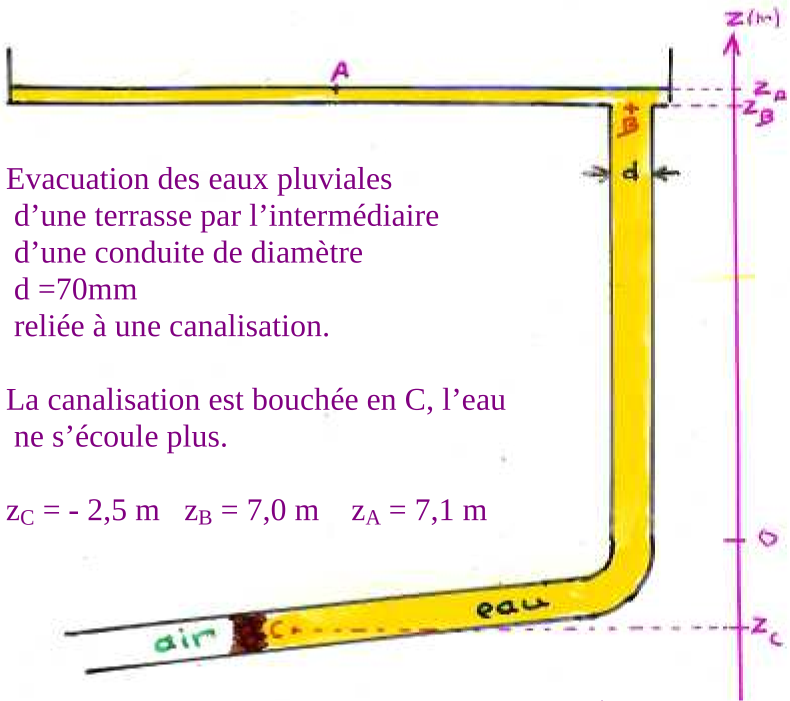
$$P = \frac{f}{s}$$

$$F = P.S$$

$$F = \frac{f}{s}.S = f.\frac{S}{s} = F$$

($\frac{S}{s}$: rapport d'amplification)

Exercice 17 :



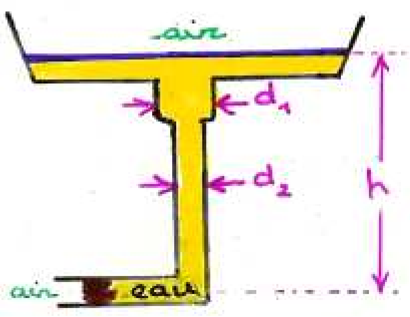
Evacuation des eaux pluviales d'une terrasse par l'intermédiaire d'une conduite de diamètre d =70mm reliée à une canalisation.

La canalisation est bouchée en C, l'eau ne s'écoule plus.

$z_C = -2,5\ m$ $z_B = 7,0\ m$ $z_A = 7,1\ m$

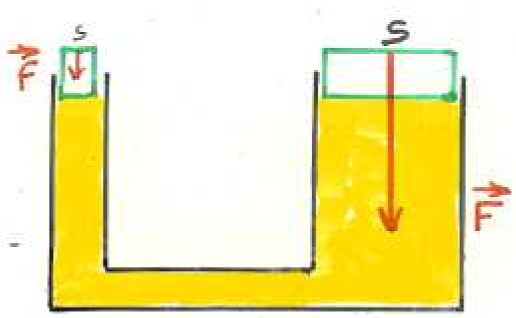
1) Calculer les pressions P_B et P_C dues à l'eau en B et en C.($P_A = 10^5$ Pa)
2) Une ventouse, dont la section a pour diamètre d, exerce une force pressante d'intensité F = 120 N.
a- Calculer la surpression ΔP crée en B par la ventouse.
b- En déduire la valeur de la surpression en C, ainsi que la nouvelle pression P'_C
c- En supposant le point C au centre de la conduite, calculer l'intensité de la force qui s'exerce sur le bouchon.

•Exercice 18 :



Pour faire disparaître le bouchon, dans la conduite de diamètre $d_1 = 50$ mm il faut exercer une force d'intensité 20 N sur ce bouchon.
Quelle intensité doit avoir la force pressante exercée par l'intermédiaire de la ventouse dont le diamètre de la section est $d_2 = 20$ mm.

3. Presse hydraulique

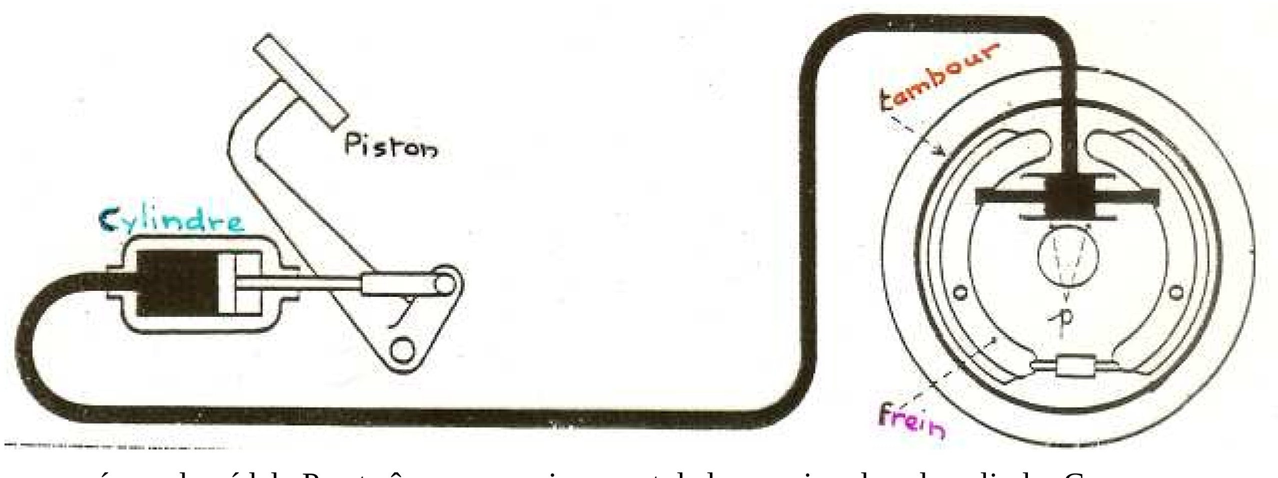


Deux vases communicants.
Deux cylindres verticaux de section s et S.
Fluide incompressible.
Pompe, vérin...*deux pistons mobiles, sans frottements reposent sur la surface libre du fluide.*

A l'équilibre : $F = f.\frac{S}{s}$.

(L'accroissement de pression à la pompe $\Delta P = \frac{f}{s}$ *se transmet au vérin* $\Delta P = \frac{F}{S}$ *).*

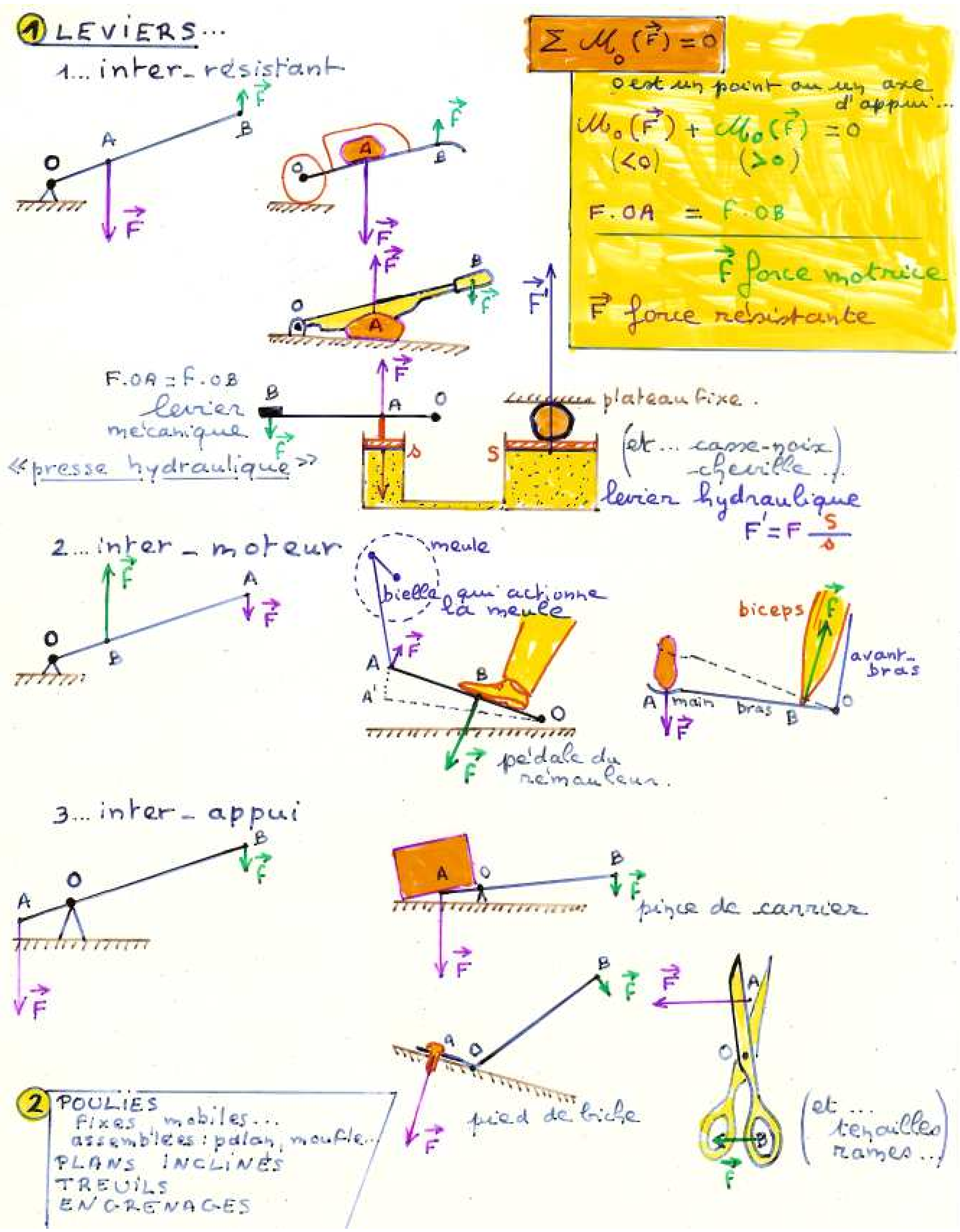
4. Freinage hydraulique



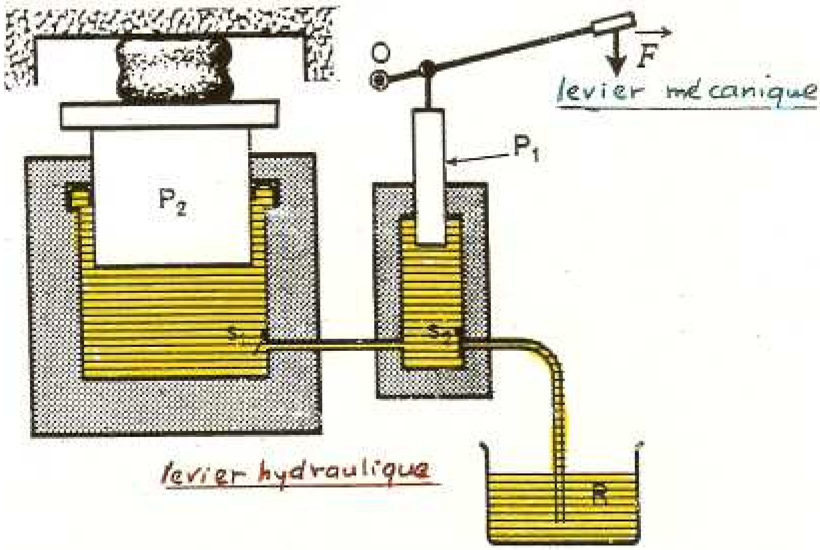
Une poussée sur la pédale P entraîne un accroissement de la pression dans le cylindre C.
Cette augmentation de pression est transmise pat le liquide aux pistons P, qui repoussent les freins f contre les tambours t.

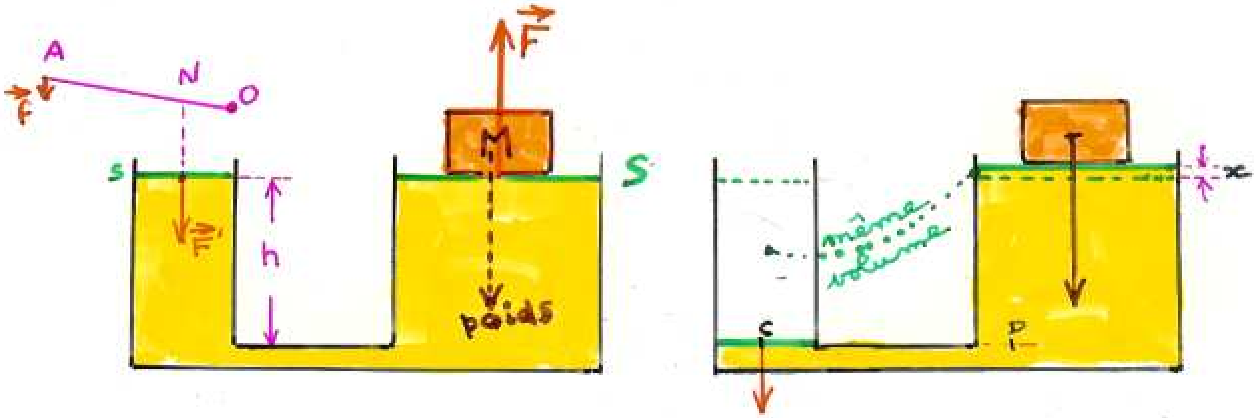
5. Machines simples

Appareils qui permettent à partir d'une force données $\vec{f}$ d'obtenir une force différente $\vec{F}$ en intensité et en



•Exercice 19 : levier mécanique et levier hydraulique
L'eau est le fluide.





Deux pistons de sections s et S, sont dans le même plan horizontal. Leur masse est négligeable.

($s = 10\ cm^2$; $S = 1\ m^2$)

Les deux pistons sont séparés par un fluide incompressible.

1) Calculer l'intensité F' de la force qu'il faut exercer sur le petit piston pour maintenir l'équilibre, une masse M = 1 t étant placée sur le grand piston.

2) Calculer l'intensité f de la force qu'il faut exercer en A si pour le levier inter-résistant.

ON = 2 cm et AN = 20 cm.

3) On enfonce le petit piston de h = 50 cm.

a- Calculer la hauteur x correspondant au déplacement du grand piston.

b- Calculer la pression P_D (= P_C) existant au point D.

c- Calculer la nouvelle intensité F', de la force à exercer sur le petit piston pour maintenir l'équilibre.

Extraits BTS

Mécanique des fluides : b1992 - eb 1999 2) - scbh 2010